

**Вопросы итоговой государственной аттестации  
Бакалавриат (очная форма обучения)**

**5130100 – Математика**

1. Предел числовой последовательности.
2. Свойства сходящиеся последовательности.
3. Монотонные последовательности и их предел.
4. Частичные и фундаментальные последовательности.
5. Нижний и верхний пределы последовательности.
6. Предел функции.
7. Свойства функций, имеющих предел.
8. Предел монотонной последовательности.
9. Существование предела функции. Критерий Коши.
10. Непрерывность функций.
11. Локальные свойства непрерывных функции.
12. Глобальные свойства непрерывных функции.
13. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
14. Производная функции.
15. Правила вычисления производных.
16. Дифференциал функции.
17. Производные и дифференциалы высших порядков.
18. Основные теоремы.
19. Следствия основных теорем. Теорема Коши.
20. Формула Тейлора.
21. Правило Лопиталья.
22. Монотонность функции. Экстремумы функции.
23. Выпуклость функции и точки перегиба функции, асимптоты.
24. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
25. Методы интегрирования.
26. Интегрирование простейших дробей.
27. Интегрирование рациональной функции.
28. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
29. Интегрирование тригонометрических функций.
30. Определенный интеграл. Суммы Дарбу.
31. Критерий интегрируемости функций.
32. Класс интегрируемых функций.
33. Свойства определенного интеграла.
34. Определенные интегралы с переменными границами.
35. Вычисление определенных интегралов.
36. Площадь плоской фигуры и её вычисления.
37. Длина дуги и её вычисления.
38. Приложения определенного интеграла.
39. Несобственные интегралы.
40. Несобственный интеграл неотрицательной функции.
41. Абсолютные и условно сходящиеся интегралы.
42. Признак Дирихле.
43. Несобственные интегралы неограниченной функции.
44. Главное значение несобственного интеграла.
45. Функции многих переменных и их пределы. Непрерывность.
46. Свойства непрерывных функций.
47. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

48. Частные производные функции многих переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
49. Дифференцируемость сложной функции.
50. Производная по направлению. Градиент.
51. Производные и дифференциал высших порядков функции многих переменных.
52. Формула Тейлора.
53. Экстремумы функции многих переменных.
54. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов.
55. Положительные числовые ряды. Признаки их сходимости.
56. Признак интеграла. Признаки Раабе, Гаусс.
57. Числовые ряды с произвольными членами.
58. Признаки Лейбница, Дирихле и Абеля.
59. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
60. Функциональные последовательности и их равномерная сходимость.
61. Функциональные ряды и свойства сходящихся рядов.
62. Непрерывность суммы функционального ряда, Теорема Дини.
63. Почленный переход к пределу, почленное интегрирование и почленное дифференцирование функционального ряда.
64. Степенные ряды. Теорема Абеля.
65. Радиус сходимости. Формула Коши-Адамара.
66. Равномерная сходимость степенных рядов. Вторая теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
67. Ряд Тейлора. Разложения в ряд Тейлора элементарных функции.
68. Собственные интегралы, зависящие от параметра и их функциональные свойства.
69. Интегралы зависящие от параметра с переменными границами.
70. Несобственные интегралы зависящие от параметра и их равномерная сходимость.
71. Функциональные свойства несобственных интегралов зависящие от параметра.
72. Вычисление некоторых несобственных интегралов. Интеграл Дирихле. Интеграл Эйлер—Пуассона.
73. Эйлеровы интегралы. Гамма функция и её свойства.
74. Бета функция и её свойства.
75. Двукратный интеграл.
76. Классы интегрируемых функций.
77. Основные свойства двойного интеграла.
78. Вычисления двойных интегралов.
79. Замена переменных в двойном интеграле.
80. Некоторые приложения двойных интегралов.
81. Тройные интегралы. Замена переменных в тройном интеграле, полярные и сферические координаты.
82. Криволинейные интегралы.
83. Формула Грина. Применение формула Грина.
84. Определение площади поверхности и её формула.
85. Поверхностный интеграл.
86. Формула Стокса. Формула Остроградского.
87. Скалярное и векторное поля. Дифференцируемость.
88. Операторы grad, rot, div и их свойства.
89. Ряд Фурье. Ядро Фейера и Дирихле, их свойства. Принцип локализации.
90. Сходимость рядов Фурье. Теорема Фейера.
91. С помощью векторов  $\vec{a}(2,3)$ ,  $\vec{b}(0,1)$ ,  $\vec{c}(1,0)$  определите координаты вектора

$$\vec{p} = \frac{\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}}{2}$$

92. Даны векторы  $\vec{a}(1,5)$ ,  $\vec{b}(3,-1)$ ,  $\vec{c}(0,1)$ . При каком значении  $\alpha$  векторы  $\vec{P} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} - \vec{c}$  будут коллинеарными.
93. На плоскости даны вектора  $\vec{a}(3,-2)$ ,  $\vec{b}(-2,1)$ ,  $\vec{c}(7,4)$ . Выразите вектор  $\vec{c}$  линейно через вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
94. На плоскости даны вектора  $\vec{a}(3,-2)$ ,  $\vec{b}(-2,1)$ ,  $\vec{c}(7,4)$ . Выразите вектор  $\vec{c}$  линейно через вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
95. Если  $|\vec{a}| = 6\sqrt{2}$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$ , то вычислите  $(2\vec{a} + 5\vec{b})^2$
96. Даны вектора  $\vec{a}(3, \lambda)$ ,  $\vec{b}(5,-1)$ . При каком значении  $\lambda$ , вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  будут перпендикулярны.
97. Найти координаты единичного вектора по направлению вектора  $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\sqrt{3}\vec{j} + \vec{k}$ .
98. Даны точки  $A(-5,3)$ ,  $B(3,7)$ . Определите координаты точки N, делящей отрезок AB в отношении  $\lambda = \frac{3}{2}$ .
99. Найти длины сторон треугольника, вершинами которого являются точки  $A(2,5)$ ,  $B(1,-1)$ ,  $C(1,7)$ .
100. Определить координаты точки, симметричной точке  $M\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$  относительно полюса.
101. Определите полярные координаты точки  $M(5;5)$ .
102. Определит принадлежат ли фигуре заданной уравнением  $x - y - 2 = 0$ , точки  $A(1,3)$  и  $B(2,4)$
103. Определите уравнение фигуры, центр которого в точке  $C(0, 2)$  и касающегося оси Oх.
104. Определите уравнение множества точек лежащих в равном расстоянии от точек  $A(2,1)$  и  $B(4,1)$
105. Составьте уравнение прямой проходящей через точку  $M_0(2;1)$  и параллельной прямой  $2x + 3y + 4 = 0$ .
106. Найдите координаты точек пересечения прямой  $2x - 3y - 12 = 0$  и координатных осей.
107. Составьте уравнение прямой проходящей через точку  $M_0(2;1)$  и перпендикулярной прямой  $2x + 3y + 4 = 0$ .
108. Определите угловой коэффициент  $k$  и  $b$  прямой  $2x + 3y - 6 = 0$ .
109. Найти точку пресечения прямых  $x - y + 3 = 0$  и  $2x - y + 4 = 0$ .
110. Найти координаты вектора  $\vec{AB}$ , начальные и конечные координаты которого  $A(2,4)$  и  $B(5,8)$ .
111. При каком значении n данные вектора  $\vec{a} = \frac{3}{4}\vec{i} + 3\vec{j}$  и  $\vec{b} = \frac{1}{4}\vec{i} + n\vec{j}$  будут коллинеарными.
112. Составьте уравнение прямой проходящей через точку  $M(2,3)$  и перпендикулярной прямой  $5x - 4y - 20 = 0$ .
113. Составьте уравнение эллипса, вершинами которого являются точки  $A_1(6,0)$ ,  $A_2(-6,0)$ ,  $B_1(0,3)$ ,  $B_2(0,-3)$ .
114. Определите координаты единичного вектора заданного в направлении вектора  $\vec{m} = \{-3, -4\}$ .
115. Составьте уравнение эллипса, расстояние между фокусами которого  $\rho(F_1, F_2) = 10$  и малая полуось равна  $b = 5$ .

116. Определить взаимное расположение векторов  $\vec{a} = \{3, -4\}$  и  $\vec{b} = \{-6, 8\}$ .
117. Найти расстояние от начала координат до прямой  $12x - 5y + 39 = 0$ .
118. Определить вид треугольника, вершины которого заданы  $A(2, -3)$ ,  $B(0, -1)$  и  $C(-2, 5)$ .
119. Напишите уравнение прямой проходящей через две точки  $A(2, -3)$  и  $B(-1, 4)$ .
120. Составьте уравнение асимптот гиперболы  $4x^2 - 9y^2 = 36$ .
121. При каком условии  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , модули векторов  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  будут равны?
122. Написать уравнение окружности, с центром в точке  $C(2, -1)$  и проходящей через начало координат.
123. Даны две соседние вершины параллелограмма  $A(-4, 4)$  и  $B(2, 8)$ , точка пересечения диагоналей  $M(2, 2)$ . Найти координаты двух других вершин  $C$  и  $D$ .
124. Составить уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки  $a=2$  и  $b=-3$ .
125. Расстояние между вершинами гиперболы 8, между фокусами  $\rho = (F_1, F_2) = 10$ . Составить уравнение гиперболы.
126. При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = m\vec{i} + 3\vec{j}$  и  $\vec{b} = -4\vec{i} + 8\vec{j}$  будут взаимно перпендикулярными
127. Если  $|\vec{a}| = 5$  и  $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ , и  $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 45^\circ$ , то вычислите скалярное произведение  $(\vec{a} \cdot \vec{b})$ .
128. Составить уравнение прямой проходящей через точку  $M(-2, 4)$  параллельно прямой  $2x - 3y + 6 = 0$ .
129. Составить уравнение множества точек лежащих на равном расстоянии от точек  $A(3, 2)$  и  $B(-1, 6)$ .
130. Какую линию определяет множество точек определяемое уравнением  $x^2 + y^2 + 2y - 8 = 0$ .
131. Найти длину отрезка прямой  $3x + 4y - 24 = 0$  расположенного между осями координат
132. Написать уравнение эллипса, у которого даны эксцентриситет  $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , большая полуось  $a=3$ .
133. Найти длину медианы  $|OC|$ , треугольника вершинами которого являются точки  $O(0, 0)$ ,  $A(8, 0)$  и  $B(0, 6)$ .
134. Найти точку пересечения прямых  $\begin{cases} 3x - 4y + 11 = 0 : \ell_1 \\ 4x - y - 7 = 0 : \ell_2 \end{cases}$ .
135. Написать уравнение директрисы параболы  $x^2 = -4y$ .
136. Написать каноническое уравнение прямой проходящей через точку  $M_0(3, -1, 7)$ , параллельно прямой  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{5}$ ?
137. Вычислите произведение  $((5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b}))$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$
138. Найти уравнение линии, получающуюся пересечением поверхности  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 6z$  и плоскости  $y+6=0$ .
139. Составить уравнение плоскости проходящей через точку  $M_0(4, -1, -4)$ , перпендикулярно прямой  $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{4}$ .
140. Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$   $L$  и плоскости  $2x + 3y + z - 1 = 0$ :  $\Pi$ ?
141. Написать уравнение плоскости проходящей через точки  $M_1(7, 2, -3)$  и  $M_2(5, 6, -4)$ , параллельной оси  $Ox$ .
142. Определите плоскость, проходящую через точку  $M_1(3, -2, -7)$ , параллельно плоскости  $2x - 3z + 5 = 0$ :

143. Определите уравнение прямой проходящей через точку  $M_1(2,0,-3)$  параллельно прямой  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

144. Вычислить:  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{ctg}^2 x dx$

145. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{5-4x^3}}$

146. Вычислить:  $\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln x}$

147. Вычислить:  $\int_0^1 x^2 \sin(x^3 + 1) dx$

148. Вычислить:  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x dx$

149. Вычислить:  $\int_0^4 \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$

150. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{dx}{1 + e^x}$

151. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}$

152. Вычислить:  $\int_2^4 |3 - x| dx$

153. Вычислить:  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx$

154. Вычислить:  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{ctg}^2 x dx$

155. Вычислить:  $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-4x^2}}$

156. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^x} dx$

157. Вычислить:  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$

158. Вычислить:  $\int_0^2 x^2 \cos x^3 dx$

159. Вычислить:  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}$

160. Вычислить:  $\int_0^{1/2} \arccos x dx$
161. Вычислить:  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^3 x dx$
162. Вычислить:  $\int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$
163. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$
164. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{xdx}{1+2x^2}$
165. Вычислить:  $\int_0^2 x \sin x^2 dx$
166. Вычислить:  $\int_{11}^{22} \frac{dx}{x^2-10x+9}$
167. Вычислить:  $\int_0^2 x e^{x^2} dx$
168. Вычислить:  $\int_0^2 \frac{4x^2-3}{2x+1} dx$
169. Вычислить:  $\int_2^3 \frac{dx}{x^2-2x-8}$
170. Вычислить:  $\int_0^1 \arcsin \sqrt{x} dx$
171. Вычислить:  $\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx$
172. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$
173. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{dx}{4x^2+4x+5}$
174. Вычислить:  $\int_1^3 \ln x dx$
175. Вычислить:  $\int_1^2 x^2 \ln x dx$
176. Вычислить:  $\int_0^2 \frac{2x-1}{2x+1} dx$
177. Вычислить:  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{tg}^2 x dx$

178. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+3x^4}$

179. Вычислить:  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{xdx}{\sin^2 x}$

180. Вычислить:  $\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln x}$

181. Вычислить:  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$

182. Вычислить:  $\int_3^4 \frac{x^2 + 3}{x - 2} dx$

183. Вычислить:  $\int_0^1 xe^x dx$

184. Вычислить:  $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$

185. Вычислить:  $\int_0^{1/2} \arcsin x dx$

186. Вычислить:  $\int_1^2 \frac{xdx}{2x^2 - 1}$

187. Вычислить:  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} tg^4 x dx$

188. Вычислить:  $\int_1^2 x \ln x dx$

189. Вычислить:  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx$

190. Вычислить:  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$

191. Вычислить:  $\int_0^2 |1 - x| dx$

192. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$

193. Вычислить:  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^4 x dx$

194. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = x^2 + 1, \quad x + y = 3$$

195. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y^2 = 2px, \quad x^2 = 2py$$

196. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \ln x, \quad y = 0, \quad x = e$$

197. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y^2 = 2x + 1, \quad x - y - 1 = 0$$

198. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y^2 = x^3, \quad x = 0, \quad y = 4$$

199. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \frac{x^2}{2}, \quad y = 2 - \frac{3}{2}x$$

200. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = x, \quad y = x + \sin^2 x, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

201. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \operatorname{tg} x, \quad y = 0, \quad x = \frac{\pi}{3}$$

202. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{2} \cdot x^2, \quad y = \frac{1}{1+x^2}$$

203. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \operatorname{tg} x, \quad y = \frac{2}{3} \cdot \cos x, \quad x = 0$$

204. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = x^2, \quad y = \frac{x^2}{2}, \quad y = 2x$$

205. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = e^x, \quad y = e^{-x}, \quad x = 1$$

206. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad x = 2a$$

207. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = x - x^2, \quad y = x \cdot \sqrt{1-x}$$

208. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \sin 2x, \quad y = \sin x, \quad \frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$$

209. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$2y = x^2, \quad x^2 + y^2 = 8, \quad y \geq 0$$

210. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \ln(1+x), \quad y = -xe^{-x}, \quad x = 1$$

211. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = 6x^2 - 5x + 1, \quad y = \cos \pi x, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

212. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right), \quad x = 0, \quad x = a$$



213. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = x^2 + 6x + 10, \quad x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0$$

214. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$6x = y^3 - 16y, \quad 24x = y^3 - 16y$$

215. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

216. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq a \quad \left( a < \frac{\pi}{2} \right)$$

217. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y = 2\sqrt{1+e^x}, \quad \ln 9 \leq x \leq \ln 64$$

218. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$x = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(y-1)^3}, \quad 0 \leq x \leq 2\sqrt{3}$$

219. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$y^2 = \frac{x^2}{2a-x}, \quad x = 2a$$

220. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми:

$$x = a \cdot \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y} - \sqrt{a^2 - y^2}, \quad y = 0$$

221. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = a \left( \frac{2}{\pi} t - \sin t \right), \quad y = a(1 - \cos t) \quad (a > 0)$$

222. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = a \sin 2t, \quad y = a \sin t \quad (a > 0)$$

223. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = a(2 \cos t - \cos 2t), \quad y = a(2 \sin t - \sin 2t)$$

224. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = a(1 - \cos t) \cos t, \quad y = a(1 - \cos t) \sin t$$

225. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = a \sin t \cdot \cos^2 t, \quad y = b \cos t \cdot \sin^2 t, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

226. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = a \sin^3 t, \quad y = b \cos^3 t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

227. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = \frac{1}{1+t^2}, \quad y = \frac{t(1-t^2)}{1+t^2}$$

228. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = \frac{t(1-t^2)}{1+3t^2}, \quad y = \frac{4t^2}{1+3t^2}$$

229. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = 1 + t - t^3, \quad y = 1 - 15t^2$$

230. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = at - t^2, \quad y = at^2 - t^3 \quad (a > 0)$$

231. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = acost, \quad y = asint$$

232. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными параметрически:

$$x = acost, \quad y = \frac{a \sin^2 t}{2 + \sin t}$$

233. Найти длину дуги:  $y = \ln(1 - x^2)$ ,  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$

234. Найти длину дуги:  $y = 1 - \ln \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

235. Найти длину дуги:  $y = \frac{x}{4} \cdot \sqrt{2 - x^2}$ ,  $0 \leq x \leq 1$

236. Найти длину дуги:  $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{9}{16}$

237. Найти длину дуги:  $y = a \cdot \ln \frac{a^2}{a^2 - x^2}$ ,  $0 \leq x \leq b$ ,  $b < a$

238. Найти длину дуги:  $y = \frac{x^2}{2} - 1$ ,  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

239. Найти длину дуги:  $y = \ln x$ ,  $2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{6}$

240. Найти длину дуги:  $y = \frac{3}{2} \left( x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{5} x^{\frac{5}{3}} \right)$ ,  $1 \leq x \leq 8$

241. Найти длину дуги:  $y = \frac{x}{6} \cdot \sqrt{x + 12}$ ,  $(-11 \leq x \leq -3)$

242. Найти длину дуги:  $y = \frac{4}{5} \cdot x^{\frac{5}{4}}$ ,  $0 \leq x \leq 9$

243. Найти длину дуги:  $y^2 = (x - 1)^3$ ,  $2 \leq x \leq 5$

244. Найти длину дуги:  $y = \arcsin e^{-x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$

245. Найти длину дуги:  $x = a \cdot \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y} - \sqrt{a^2 - y^2}$ ,  $0 < b \leq y \leq a$

246. Найти длину дуги:  $y = \ln \sin x$ ,  $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

247. Найти длину дуги:  $x = t^2$ ,  $y = t - \frac{1}{2} \cdot t^3$ ,  $0 \leq t \leq \sqrt{3}$

248. Найти длину дуги:  $y = t^2$ ,  $y = \frac{t}{3}(t^2 - 3)$ ,  $0 \leq t \leq \sqrt{3}$

249. Найти длину дуги, заданной параметрически:

$$y = a \cos^3 t, \quad y = a \sin^3 t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

250. Найти длину дуги, заданной параметрически:

$$x = e^t \sin t, \quad y = e^t \cos t, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

251. Найти длину дуги, заданной параметрически:

$$x = t - \frac{1}{2} \operatorname{sh} 2t, \quad y = 2 \operatorname{cht}, \quad 0 \leq t \leq t_0$$

252. Найти длину дуги, заданной параметрически:

$$x = a(\cos t + t \sin t), \quad y = a(\sin t - t \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

253. Найти длину дуги, заданной в полярных координатах:

$$r = a\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

254. Найти длину дуги, заданной в полярных координатах:

$$r = \frac{p}{1 + \cos \varphi}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

255. Найти длину дуги, заданной в полярных координатах:

$$r = a(1 - \sin \varphi), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$$

256. Найти длину дуги, заданной в полярных координатах:

$$r = a\varphi^2, \quad 0 \leq \varphi \leq 4$$

257. Найти длину дуги, заданной в полярных координатах:

$$r = a \cdot e^\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

258. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

259. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 24 & 11 & 13 & 17 & 19 \\ 51 & 13 & 32 & 40 & 46 \\ 61 & 11 & 14 & 50 & 56 \\ 62 & 20 & 7 & 13 & 52 \\ 80 & 24 & 45 & 57 & 70 \end{vmatrix}$$

260. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 9 & 0 \\ 8 & 1 & 5 & 3 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 27 & 0 \\ 9 & 1 & 5 & 4 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

261. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -5 \\ 4 & -2 & 7 & 8 & -7 \\ -6 & 4 & -9 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 6 & 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

262. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 27 & 44 & 40 & 55 \\ 20 & 64 & 21 & 40 \\ 13 & -20 & -13 & 24 \\ 46 & 45 & -55 & 84 \end{vmatrix}$$

263. Вычислить определитель  $n$ -го порядка:

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 7 & 5 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & 7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 7 \end{vmatrix}$$

264. Вычислить определитель  $n$ -го порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & \dots & 3 & 2 & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & n-1 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ n & 2 & \dots & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

265. Вычислить определитель  $n$ -го порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & n & n & \dots & n \\ n & 2 & n & \dots & n \\ n & n & 3 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & n \end{vmatrix}$$

266. Вычислить определитель  $n$ -го порядка:

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ -y_1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -y_2 & x_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_n \end{vmatrix}$$

267. Вычислить определитель  $n$ -го порядка:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

268. Вычислить:  $\left(1 - \frac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{24}$

269. Вычислить:  $\frac{(-1 + i\sqrt{3})^{15}}{(1 - i)^{20}} + \frac{(-1 - i\sqrt{3})^{15}}{(1 + i)^{20}}$

270. Вычислить:  $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{20}$

271. Извлекайте корень из комплексного числа:  $\sqrt[6]{\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}}$

272. Извлекайте корень из комплексного числа:  $\sqrt[8]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}$

273. Извлекайте корень из комплексного числа:  $\sqrt[8]{\frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}}$

274. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД  $d(x)$  многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$  и такие многочлены  $M(x)$ ,  $N(x)$ , при котором верно равенство

$$M(x)f(x) + N(x)g(x) = d(x): f(x) = x^5 + 5x^4 + 9x^3 + 7x^2 + 5x + 3$$

$$g(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 1$$

275. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД  $d(x)$  многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$  и такие многочлены  $M(x)$ ,  $N(x)$ , при котором верно равенство

$$M(x)f(x) + N(x)g(x) = d(x): f(x) = 3x^5 + 5x^4 - 16x^3 - 6x^2 - 5x - 6$$

$$g(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 - x - 2$$

276. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД  $d(x)$  многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$  и такие многочлены  $M(x)$ ,  $N(x)$ , при котором верно равенство

$$M(x)f(x) + N(x)g(x) = d(x): f(x) = x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 12x^2 - 2x + 12$$

$$g(x) = x^3 - 5x^2 - 3x + 17$$

277. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД  $d(x)$  многочленов  $f(x)$ ,  $g(x)$  и такие многочлены  $M(x)$ ,  $N(x)$ , при котором верно равенство

$$M(x)f(x) + N(x)g(x) = d(x)$$

$$f(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 1 \quad g(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2$$

278. Используя схему Горнера разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$ :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, \quad x_0 = -1$$

279. Используя схему Горнера разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$ :

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90, \quad x_0 = 2$$

280. Используя схему Горнера разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$ :

$$f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i, \quad x_0 = -i$$

281. Используя схему Горнера разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$ :

$$f(x) = x^4 + (3-8i)x^3 - (21+18i)x^2 - (33-20i)x + 7 + 18i, \quad x_0 = -1 + 2i$$

282. Доказать, что число 1 является трехкратным корнем следующих многочленов:

$$x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1$$

283. Доказать, что число 1 является трехкратным корнем следующих многочленов:

$$x^{2n+1} - (2n+1)x^{n+1} + (2n+1)x^n - 1$$

284. Доказать, что число 1 является трехкратным корнем следующих многочленов:

$$(n-2m)x^n - nx^{n-m} + nx^m - (n-2m)$$

285. Решите систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

286. Решите систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

287. Решите систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

288. Решите систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

289. Решите систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

290. Решите систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

291. Найдите обратную матрицу: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

292. Найдите обратную матрицу: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

293. Найдите обратную матрицу: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \dots & n-3 & n-2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

294. Найдите обратную матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

295. Найдите обратную матрицу:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{pmatrix}$$

296. Решите матричного уравнению:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

297. Решите матричного уравнению:  $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$

298. Решите матричного уравнению:  $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

299. Решите матричного уравнению:  $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 18 \end{pmatrix}$

300. Решите матричного уравнению:  $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

301. Решите матричного уравнению:  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$

302. Найдите фундаментальную решение однородных систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 24x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 8x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

303. Найдите фундаментальную решение однородных систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 24x_3 - 15x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 14x_3 - 9x_4 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 29x_3 - 21x_4 = 0 \end{cases}$$

304. Найдите фундаментальную решение однородных систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 10x_3 - 8x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 12x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

305. Найдите фундаментальную решение однородных систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 7x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 12x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 - 10x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases}$$

306. Найдите фундаментальную решение однородных систем линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

307. Пусть  $L$  – множество всех векторов из  $\mathbb{R}^n$ , у которых первая и последняя координаты равны между собой. Доказать, что  $L$  линейное подпространство и найдите его размерность и базис.

308. Пусть  $L$  – множество всех векторов из  $\mathbb{R}^n$ , у которых координаты с четными номерами равны нулю. Доказать, что  $L$  линейное подпространство и найдите его размерность и базис.

309. Пусть  $L$  – множество всех векторов из  $\mathbb{R}^n$ , у которых координаты с четными номерами равны между собой. Доказать, что  $L$  линейное подпространство и найдите его размерность и базис.

310. Найдите размерность и базис линейного подпространства натянутое на векторы:  $a_1 = (1, 0, 0, -1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 1, 0)$ ,  $a_3 = (1, 1, 1, 1)$ ,  $a_4 = (1, 2, 3, 4)$ ,  $a_5 = (0, 1, 2, 3)$ .

311. Найдите размерность и базис линейного подпространства натянутое на векторы:

312.  $a_1 = (1, 1, 1, 1, 0)$ ,  $a_2 = (1, 1, -1, -1, -1)$ ,  $a_3 = (2, 2, 0, 0, -1)$ ,  $a_4 = (1, 1, 5, 5, 2)$ ,  
 $a_5 = (1, -1, -1, 0, 0)$ .

313. Пусть  $L_1 = \{(1, 2, -1, 3); (0, 1, -1, 2)\}$  и  $L_2 = \{(3, 2, -1, 2); (1, -2, -3, -4)\}$  линейные подпространства. Найдите размерность и базис пересечения и объединения этих пространств.

314. Пусть  $L_1 = \{(1, 2, -1, -2); (3, 1, -1, 1); (-1, 0, 1, -1)\}$  и  $L_2 = \{(2, 5, -6, -5); (-1, 2, -7, -3)\}$  линейные подпространства. Найдите размерность и базис пересечения и объединения этих пространств.

315. Пусть  $L_1 = \{(1, 2, 1, -2); (2, 3, -1, 0); (1, 2, 2, -3)\}$  и  $L_2 = \{(1, 1, -1, 1); (1, 0, 1, -1); (1, 3, 0, -4)\}$  линейные подпространства. Найдите размерность и базис пересечения и объединения этих пространств.

316. Пусть  $L_1 = \{(1, 1, 0, 0); (0, 1, -1, 0); (0, 0, -1, 1)\}$  и  $L_2 = \{(1, 0, -1, 0); (0, 2, 1, 1); (1, 2, 1, 2)\}$  линейные подпространства. Найдите размерность и базис пересечения и объединения этих пространств.

317. С помощью процесса ортогонализации найдите ортогональный базис пространство натянутое на векторы  $a_1 = (1, 2, 1, 3)$ ,  $a_2 = (4, 1, 1, 1)$ ,  $a_3 = (3, 1, 1, 0)$ .

318. С помощью процесса ортогонализации найдите ортогональный базис пространство натянутое на векторы  $a_1 = (1, 2, 1, -2)$ ,  $a_2 = (2, 2, 2, -1)$ ,  $a_3 = (2, 0, 1, 1)$ .

319. С помощью процесса ортогонализации найдите ортогональный базис пространство натянутое на векторы  $a_1 = (1, 0, 1, 2)$ ,  $a_2 = (2, 1, 3, -1)$ ,  $a_3 = (3, 2, -1, 0)$ .



320. С помощью процесса ортогонализации найдите ортогональный базис пространства натянутое на векторы  $a_1 = (2, 1, 1, -2)$ ,  $a_2 = (1, 0, 3, -1)$ ,  $a_3 = (2, 2, 1, 3)$ .

321. Найдите ортогонального дополнения и проекцию вектора  $x = (1, 0, 2, 1)$  в пространстве натянутого на векторы:  $a_1 = (1, 0, 1, 2)$ ,  $a_2 = (2, 1, 3, -1)$ ,  $a_3 = (3, 2, -1, 0)$ .

322. Найдите ортогонального дополнения и проекцию вектора  $x = (1, 1, 2, 1)$  в пространстве натянутого на векторы:  $a_1 = (0, 1, 1, 2)$ ,  $a_2 = (1, 1, 3, -1)$ ,  $a_3 = (1, 2, -1, 0)$ .

323. Найдите ортогонального дополнения и проекцию вектора  $x = (0, 0, 1, 1)$  в пространстве натянутого на векторы:  $a_1 = (1, 2, 1, 3)$ ,  $a_2 = (4, 1, 1, 1)$ ,  $a_3 = (3, 1, 1, 0)$ .

324. Найдите ортогонального дополнения и проекцию вектора  $x = (0, 0, 2, 1)$  в пространстве натянутого на векторы:  $a_1 = (2, 1, 1, -2)$ ,  $a_2 = (1, 0, 3, -1)$ ,  $a_3 = (2, 2, 1, 3)$ .

325. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_4^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_4 + 2x_2x_3 - 4x_3x_4$$

326. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_1x_4 - 4x_2x_3 + 6x_2x_4 - 2x_3x_4$$

327. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1x_4 - 2x_2x_3 + 2x_2x_4 + 2x_3x_4$$

328. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$8x_1x_3 + 2x_1x_4 + 2x_2x_3 + 8x_2x_4$$

329. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$8x_1^2 - 28x_2^2 + 14x_3^2 + 16x_1x_2 + 14x_1x_3 + 32x_2x_3;$$

330. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$x_1^2 - 15x_2^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3;$$

331. Приведите в канонический вид квадратичную форму:

$$x_1^2 + 17x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 14x_2x_3.$$

332. Найдите собственные значения и собственные векторы следующих линейных

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

отображений:

333. Найдите собственные значения и собственные векторы следующих линейных

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

отображений:

334. Найдите собственные значения и собственные векторы следующих линейных

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

отображений:

335. Найдите собственные значения и собственные векторы следующих линейных

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

отображений:

336. Приведите матрицу к жордановой нормальной форме:  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ -17 & -6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

337. Приведите матрицу к жордановой нормальной форме:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

338. Приведите матрицу к жордановой нормальной форме:  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

339. Приведите матрицу к жордановой нормальной форме:  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 & -7 \\ -1 & 1 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

340. Пусть  $A$  – линейное преобразование Евклидова пространства в заданном базисе и  $\Gamma$  – матрица Грамма. Найдите сопряжения  $A^*$  на том же заданном базисе:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix};$$

341. Пусть  $A$  – линейное преобразование Евклидова пространства в заданном базисе и  $\Gamma$  – матрица Грамма. Найдите сопряжения  $A^*$  на том же заданном базисе:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix};$$

342. Пусть  $A$  – линейное преобразование Евклидова пространства в заданном базисе и  $\Gamma$  – матрица Грамма. Найдите сопряжения  $A^*$  на том же заданном базисе:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

343. Пусть  $A$  – линейное преобразование Евклидова пространства в заданном базисе и  $\Gamma$  – матрица Грамма. Найдите сопряжения  $A^*$  на том же заданном базисе:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

344. Пусть  $e_1, e_2$  – ортонормированный базис Евклидова пространства и  $A$  матрица линейного отображения  $\varphi$  в базисе  $f_1, f_2$ . Найдите матрицу  $A^*$  линейного отображения  $\varphi^*$  в базисе  $f_1, f_2$ :

$$f_1 = e_1, \quad f_2 = -e_1 + e_2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$$

345. Пусть  $e_1, e_2$  – ортонормированный базис Евклидова пространства и  $A$  матрица линейного отображения  $\varphi$  в базисе  $f_1, f_2$ . Найдите матрицу  $A^*$  линейного отображения  $\varphi^*$  в базисе  $f_1, f_2$ :

$$f_1 = e_1, \quad f_2 = 2e_1 + e_2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix};$$

346. Пусть  $e_1, e_2, e_3$  – ортонормированный базис Евклидова пространства и  $A$  матрица линейного отображения  $\varphi$  в базисе  $f_1, f_2, f_3$ . Найдите матрицу  $A^*$  линейного отображения  $\varphi^*$  в базисе  $f_1, f_2, f_3$

$$f_1 = e_1 - e_2 - e_3, \quad f_2 = e_1 + e_2 + e_3, \quad f_3 = e_3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

347. Пусть  $e_1, e_2, e_3$  – ортонормированный базис Евклидова пространства и  $A$  матрица линейного отображения  $\varphi$  в базисе  $f_1, f_2, f_3$ . Найдите матрицу  $A^*$  линейного отображения  $\varphi^*$  в базисе  $f_1, f_2, f_3$

$$f_1 = e_1 + e_2, \quad f_2 = e_2 + e_3, \quad f_3 = e_1 + e_3, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix};$$

348. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$ .

349. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$ .

350. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2ydy$ .

351. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $\sqrt{3+y^2}dx - ydy = x^2ydy$ .

352. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $6xdx - 6ydy = 2x^2ydy - 3xy^2dx$ .

353. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0$ .

354. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$ .

355. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$ .

356. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $6xdx - 6ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$ .

357. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $x\sqrt{5+y^2}dx + y\sqrt{4+x^2}dy = 0$ .

358. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$ .

359. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $\sqrt{4-x^2}y' + xy^2 + x = 0$ .

360. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $2xdx - 2ydy = x^2ydy - 2xy^2dx$ .

361. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $x\sqrt{4+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$ .

362. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$ .

363. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $\sqrt{5+y^2} + yy'\sqrt{1-x^2} = 0$ .

364. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $6xdx - ydy = yx^2dy - 3xy^2dx$ .
365. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y \ln y + xy' = 0$ .
366. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $(e^x + 1)y' = ye^x$ .
367. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $\sqrt{1-x^2}y' + xy^2 + x = 0$ .
368. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $6xdx - 2ydy = 2yx^2dy - 3xy^2dx$ .
369. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y(1 + \ln y) + xy' = 0$ .
370. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $(3 + e^x)yy' = e^x$ .
371. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2}yy' = 0$ .
372. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $xdx - ydy = yx^2dy - xy^2dx$ .
340. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$ .
341. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$ .
342. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{x+y}{x-y}$ .
343. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$ .
344. Найти общее решение однородного уравнения:  $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$ .
345. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}$ .
346. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$ .
347. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$ .
348. Найти общее решение однородного уравнения:  $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$ .
349. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$ .
350. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$ .
351. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$ .
352. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6$ .
353. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}$ .
354. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}$ .
355. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$ .
356. Найти общее решение однородного уравнения:  $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8$ .

357. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$ .
358. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$ .
359. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y$ .
360. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$ .
361. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}$ .
362. Найти общее решение однородного уравнения:  $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$ .
363. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$ .
364. Найти общее решение однородного уравнения:  $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$ .
365. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{x} = x^2$ ,  $y(1) = 0$ .
366. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .
367. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $y(0) = 0$ .
368. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ .
369. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$ ,  $y(-1) = \frac{3}{2}$ .
370. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{1}{x+1} y = e^x(x+1)$ ,  $y(0) = 1$ .
371. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .
372. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{x} = \sin x$ ,  $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$ .
373. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{2x} = x^2$ ,  $y(1) = 1$ .
374. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{2x^2}{1+x^2}$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ .
375. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5$ ,  $y(2) = 4$ .
376. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$ ,  $y(1) = e$ .
377. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}$ ,  $y(1) = 1$ .
378. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{y}{x} = \frac{-12}{x^3}$ ,  $y(1) = 4$ .
379. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + \frac{2y}{x} = x^3$ ,  $y(1) = -\frac{5}{6}$ .

380. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + \frac{y}{x} = 3x$ ,  $y(1) = 1$ .
381. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2$ ,  $y(1) = 3$ .
382. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{1-2x}{x^2}y = 1$ ,  $y(1) = 1$ .
383. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$ ,  $y(1) = 1$ .
384. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + 2xy = -2x^3$ ,  $y(1) = 1$ .
385. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ .
386. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + xy = -x^3$ ,  $y(0) = 3$ .
387. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{2}{1+x}y = e^x(x+1)^2$ ,  $y(0) = 1$ .
388. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' + xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .
389. Решите задачу Коши для линейного уравнения:  $y' - \frac{2y}{1+x} = (1+x)^3$ ,  $y(0) = \frac{1}{2}$ .
390. Решите задачу Коши:  $y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0$ ,  $y(e) = 2$ .
391. Решите задачу Коши:  $(y^4 e^y + 2x)y' = y$ ,  $y(0) = 1$ .
392. Решите задачу Коши:  $y^2 dx + (xy - 1) dy = 0$ ,  $y(1) = e$ .
393. Решите задачу Коши:  $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1$ ,  $y(0) = 0$ .
394. Решите задачу Коши:  $(\cos 2y \cos^2 y - x)y' = \sin y \cos y$ ,  $y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{3}$ .
395. Решите задачу Коши:  $(x \cos^2 y - y^2)y' = y \cos^2 y$ ,  $y(\pi) = \frac{\pi}{4}$ .
396. Решите задачу Коши:  $e^{y^2} (dx - 2xy dy) = y dy$ ,  $y(0) = 0$ .
397. Решите задачу Коши:  $(104y^3 - x)y' = 4y$ ,  $y(8) = 1$ .
398. Решите задачу Коши:  $dx + (xy - y^3) dy = 0$ ,  $y(-1) = 0$ .
399. Решите задачу Коши:  $(3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - 2x)y' = y$ ,  $y(16) = \frac{\pi}{4}$ .
400. Решите задачу Коши:  $8(4y^3 + xy - y)y' = 1$ ,  $y(0) = 0$ .
401. Решите задачу Коши:  $(2 \ln y - \ln^2 y) dy = y dx - x dy$ ,  $y(4) = e^2$ .
402. Решите задачу Коши:  $2(x + y^4)y' = y$ ,  $y(-2) = -1$ .
403. Решите задачу Коши:  $y^3(y-1)dx + 3xy^2(y-1)dy = (y+2)dy$ ,  $y\left(\frac{1}{4}\right) = 2$ .
404. Решите задачу Коши:  $2y^2 dx + (x + e^{1/y}) dy = 0$ ,  $y(e) = 1$ .
405. Решите задачу Коши:  $(xy + \sqrt{y}) dy + y^2 dx = 0$ ,  $y\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$ .

406. Решите задачу Коши:  $\sin 2y dx = (\sin^2 2y - 2\sin^2 y + 2x) dy$ ,  $y\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$ .
407. Решите задачу Коши:  $(y^2 + 2y - x)y' = 1$ ,  $y(2) = 0$ .
408. Решите задачу Коши:  $2y\sqrt{y} dx - (6x\sqrt{y+7}) dy = 0$ ,  $y(-4) = 1$ .
409. Решите задачу Коши:  $dx = (\sin y + 3\cos y + 3y) dy$ ,  $y\left(e^{\frac{\pi}{2}}\right) = \frac{\pi}{2}$ .
410. Решите задачу Коши:  $2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x)y' = \frac{y}{2} y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{5\pi}{4}$ .
411. Решите задачу Коши:  $ch y dx = (1 + xshx) dy$ ,  $y(1) = \ln 2$ .
412. Решите задачу Коши:  $(13y^3 - x)y' = \frac{y}{2}$ ,  $y(5) = 1$ .
413. Решите задачу Коши:  $y^2(y^2 + 4) dx + 2xy(y^2 + 4) dy = 2dy$ ,  $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2$ .
414. Решите задачу Коши:  $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = \frac{y}{2}$ ,  $y(2) = 1$ .
415. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
416. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y + xy' = 2y^2 \ln x$ ,  $y(1) = \frac{1}{2}$ .
417. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2(y + xy') = xy^2$ ,  $y(1) = 2$ .
418. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
419. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $xy' - y = -y^2(\ln x + 2) \ln x$ ,  $y(1) = 1$ .
420. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2(y + xy') = (1+x)e^{-x}y^2$ ,  $y(0) = 2$ .
421. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $3(y + xy') = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 3$ .
422. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' + 4x^3 y = 4(1-x^3)e^{4x}y^2$ ,  $y(0) = -1$ .
423. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2xy + 3y' = 2xe^{-2x^2}y^{-2}$ ,  $y(0) = -1$ .
424. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3$ ,  $y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .
425. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $3xy' + 5y = (4x-5)y^4$ ,  $y(1) = 1$ .
426. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2y' + 3y \cos x = (2 + 3 \cos x)e^{2x}y^{-1}$ ,  $y(0) = 1$ .
427. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $3(y + xy') = y^2 x$ ,  $y(1) = 3$ .
428. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' - y = -2y^2$ ,  $y(0) = \frac{1}{2}$ .
429. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $3y - 2xy' = (20x^2 + 12)y^3$ ,  $y(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ .
430. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' + 2yx = 2y^3 x^3$ ,  $y(0) = \sqrt{2}$ .
431. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2y' + y \cos x = \frac{\cos x(1 + \sin x)}{y}$ ,  $y(0) = 1$ .

432. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y + xy' = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 1$ .
433. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2y' + 3y \cos x = \frac{8 + 12 \cos x}{ye^{-2x}}$ ,  $y(0) = 2$ .
434. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
435. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ .
436. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2(y + y') = y^2 x$ ,  $y(0) = 2$ .
437. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' + xy = (x-1)e^x y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
438. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $2y' + 3y \cos x = -\frac{2 + 3 \cos x}{e^{2x} y}$ ,  $y(0) = 1$ .
439. Решите задачу Коши для уравнения Бернулли:  $y' - y = y^2 x$ ,  $y(0) = 1$ .